تم تحميل وعرض المادة من

منهجي
mnhaji.com

موقع منهجي منصة تعليمية توفر كل ما يحتاجه المعلم
والطالب من حلول الكتب الدراسية وشرح للدروس
بأسلوب مبسط لكافة المراحل التعليمية وتوازيع
المناهج وتحاضير وملخصات ونماذج اختبارات وأوراق
عمل جاهزة للطباعة والتحميل بشكل مجاني

حمل تطبيق منهجي ليصلك كل جديد

ملخص

مادة الرياضيات

الصف الثالث متوسط

الفصل الدراسي الثالث

إعداد /

موقع منهجي

mnhaji.com

الفصل الثامن: الدوال التربيعية

عنوان الدرس
تمثيل الدوال التربيعي بيانياً
حل المعادلات التربيعية بيانياً
حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع
حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

تمثيل الدوال الخطية بيانياً

- تمثيل المعادلات التربيعية بيانياً
- أمثل الدوال التربيعية بيانياً

٨_١ تمثيل المعادلات التربيعية بيانياً

خصائص الدوال التربيعية

الصورة القياسية : أس^{٢} + ب س + ج

الدالة المولدة : د(س) = س^{٢}

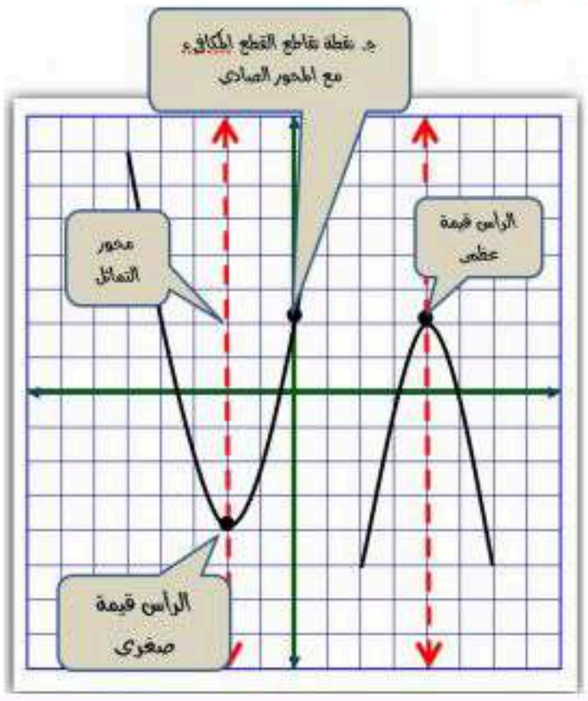
التمثيل البياني : قطع مكافئ

محور التماثل : س = $\frac{-ب}{٢أ}$

المقطع الصادي = ج

المجال هو مجموعة جميع القيم الممكنة للمتغير س

المدى هو مجموعة جميع القيم الممكنة للمتغير ص



تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

خطوات تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

الخطوة ١: أوجد معادلة محور التماثل

الخطوة ٢: أوجد الرأس وأحدّد إذا كان يمثل نقطة صغرى أم نقطة عظمى

الخطوة ٣: أوجد المقطع الصادي

الخطوة ٤: استعمل التماثل لإيجاد نقاط أخرى على التمثيل البياني للدالة عند الضرورة.

الخطوة ٥: صِل بين النقاط بمنحنى

القيم العظمى والقيم الصغرى

يكون التمثيل البياني للدالة : د(س) = أس^{٢} + ب ص + جـ ، حيث أ ≠ ٠

له قيمة عظمى

عندما أ < ٠ (سالبة)

ويكون القطع مفتوحاً الى أسفل والمدى جميع الأعداد التي تقل عن أو تساوي القيمة العظمى

له قيمة صغرى

عندما أ > ٠ (موجبة)

ويكون القطع مفتوحاً الى أعلى والمدى جميع الأعداد الحقيقة التي تزيد على أو تساوي القيمة الصغرى

تحديد خصائص القطع المكافئ من خلال قاعدة دالته

مثال أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي للدالة ص = ـ ٣ س^{٢} + ٦ س ـ ٥

معادلة محور التماثل س = $\frac{ب}{٢أ} = \frac{-٦}{٢ \times -٣} = ١$

الرأس (س ، ص) ص = ـ ٣ س^{٢} + ٦ س ـ ٥

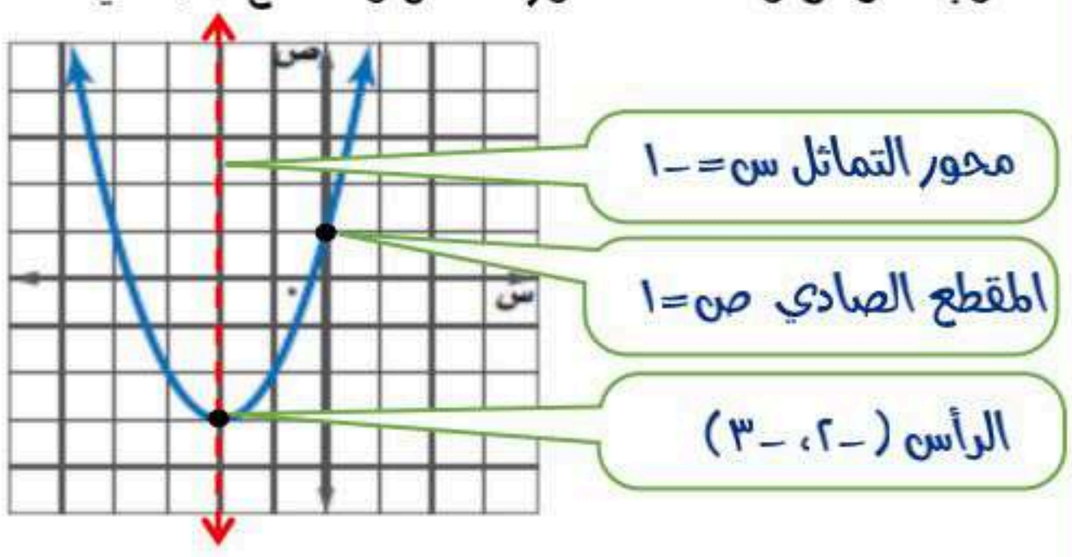
س = ١ ◄ ص = ـ ٣ (١)^{٢} + ٦ (١) ـ ٥

س = ١ ◄ ص = ـ ٢ ◄ الرأس (١ ، ـ ٢)

المقطع الصادي : ـ ٥ ، أ < ٠ مفتوح للاسفل وله قيمة عظمى

تحديد خصائص القطع المكافئ من خلال تمثيلة

أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي



تمثيل الدوال التربيعية بيانيا

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الرأس و معادلة محور التماثل للدالة ص = ٢س^{٢} + ١٢ س + ١٠ هي :			
أ) (– ٣ ، – ٨) ، س = – ٣	ب) (٣ ، – ١٢) ، س = ٣	ج) (– ٨ ، ٣) ، س = – ٣	د) (٣ ، ٨) ، س = ٣
٢- مدى الدالة ص = – ٣س^{٢} + ٦ س + ٣ هو :			
أ) {ص | ص ≥ ٧ }	ب) {ص | ص ≤ ٧}	ج) {ص | ص ≥ ٦}	د) {ص | ص ≤ ٦}

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- التمثيل البياني لدالة تربيعية هو قطع **مكافئ**

٢- القيمة العظمى للدالة د(س) = – ٢س^{٢} – ٨ س + ١ تساوي **٩**

٣- المقطع الصادي للدالة ص = (س – ١)^{٢} + ٥ يساوي **٦**

٣- مثل الدالة د (س) = س^{٢} – ٤ س + ١ بيانيا .

معادلة محور التماثل

س = ٢

الرأس

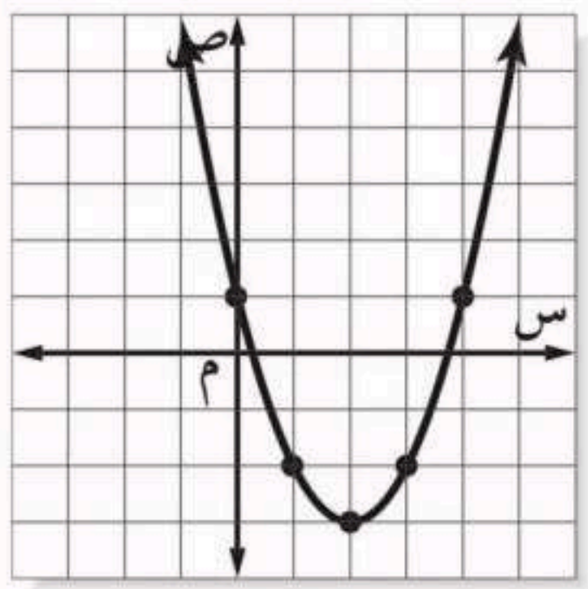
يقع الرأس عند النقطة

(٢ ، – ٣)

التمثيل مفتوح إلى اعلى

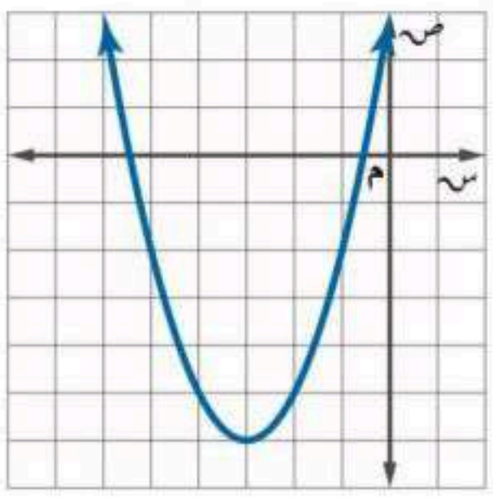
الرأس يمثل قيمة صغرى

المقطع الصادي يساوي ١



٤ -مستعينة بالتمثيل المجاور اوجدي

ما هو مطلوب منك :



١- رأس القطع المكافئ **(– ٣ ، – ٦)**

٢- معادلة محور التماثل **س = – ٣**

٣- المقطع الصادي هو **٣**

- أحل المعادلات التربيعية بيانياً
- أقدر حلول المعادلات التربيعية من تمثيلها البياني

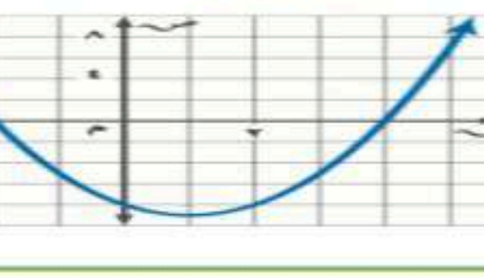
تذكر:
حل المعادلات التربيعية بالتحليل إلى عوامل

٨_٢ حل المعادلات التربيعية بيانياً

حلول المعادلات التربيعية

حلول المعادلة أو جذورها يمكن تحديدها بإيجاد المقاطع السينية للتمثيل البياني للدالة المرتبطة

حلان حقيقيان مختلفان

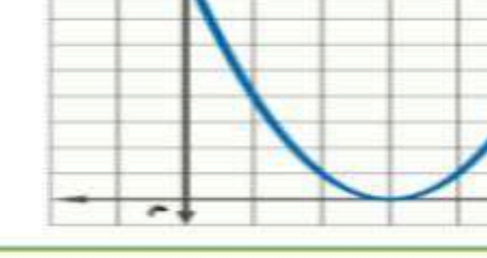


القطع يتقاطع في نقطتين مع محور السينات

حل حقيقي واحد

القطع يتقاطع في نقطة واحدة مع محور السينات

لايوجد حلول حقيقية



القطع لا يتقاطع مع محور السينات

حلان حقيقيان مختلفان

مثال : حل المعادلة $س^{٢}-٢س-٨=٠$ بيانياً

عند تمثيل الدالة $د(س)=س^{٢}-٢س-٨$ المرتبطة بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند $-٢، -٤$ لذا فالحلول هي $-٢، -٤$

حل حقيقي واحد

مثال : حل المعادلة $س^{٢}-٦س+٩=٠$ بيانياً

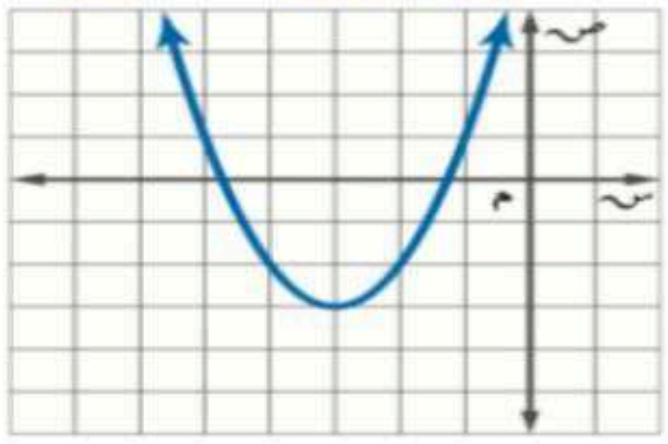
عند تمثيل الدالة $د(س)=س^{٢}-٦س+٩$ المرتبطة بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند ٣ لذا فالحل هو ٣ ويسمى جذر مكرر

تمثل الجذور التي وجدت للمعادلات السابقة أعداد صحيحة ، إلا أن جذور المعادلات التربيعية ليست دائماً كذلك.
ونستعمل في هذه الحالات التقدير لإيجاد قيم تقريبية لجذور المعادلات .

تقدير الجذور التربيعية باستعمال الجدول

مثال : حل المعادلة $س^{٢}+٦س+٦=٠$ بيانياً ، وإذا لم تكن أعداد صحيحة ، فقدرها إلى أقرب جزء من عشرة

الحل :عند تمثيل الدالة $د(س)=س^{٢}+٦س+٦$ المرتبطة بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني بين $-٥، -٤$ وبين $-٢، -١$



أنشئ جدولاً بتدرج طوله ٠,١ لقيم س التي تقع بين $-٥، -٤$ وبين $-٢، -١$ وتعد قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر هي التقريب الأفضل للدالة

س	٤,٩-	٤,٨-	٤,٧-	٤,٦-	٤,٥-	٤,٤-	٤,٣-	٤,٢-	٤,١-
ص	٠,٦١	٠,٢٤	٠,١١-	٠,٤٤-	٠,٧٥-	١,٠٤-	١,٣١-	١,٥٦-	١,٧٩-

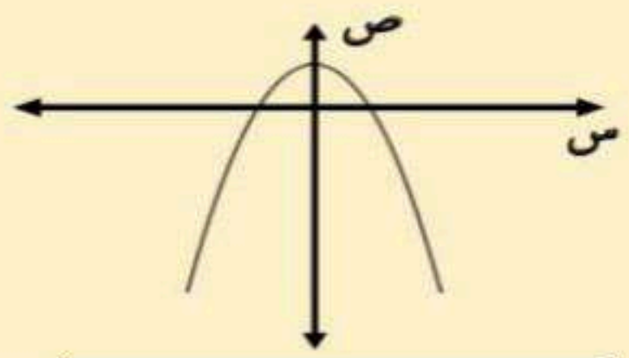
س	١,٩-	١,٨-	١,٧-	١,٦-	١,٥-	١,٤-	١,٣-	١,٢-	١,١-
ص	١,٧٩-	١,٥٦-	١,٣١-	١,٠٤-	٠,٧٥-	٠,٤٤-	٠,١١-	٠,٢٤	٠,٦١

بما أن قيمة الدالة الاقرب الى الصفر هي ٠,١١-؛ لذا
الجذور التقريبية هما ٤,٧- ، ١,٣-.

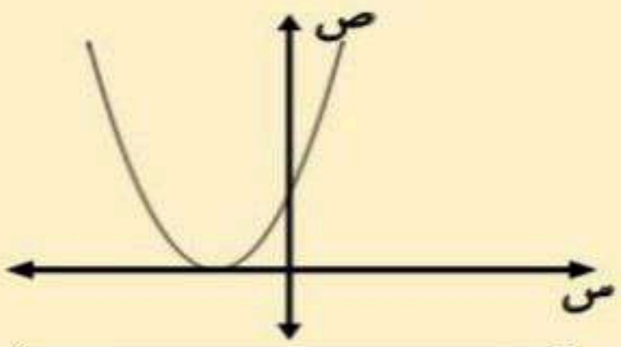
حل المعادلات التربيعية بيانيا

١- اكمل الفراغات التالية :

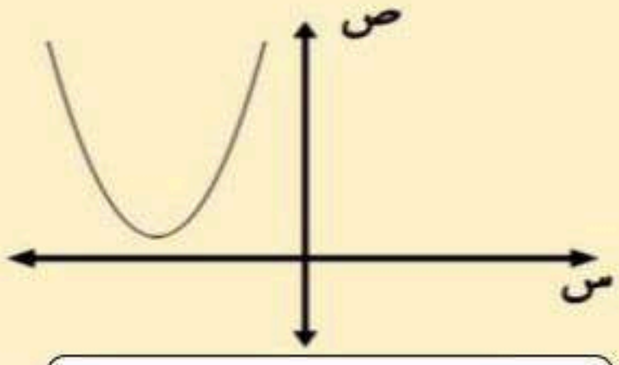
حلول المعادلات التربيعية



حلان حقيقيان



حل حقيقي وحيد



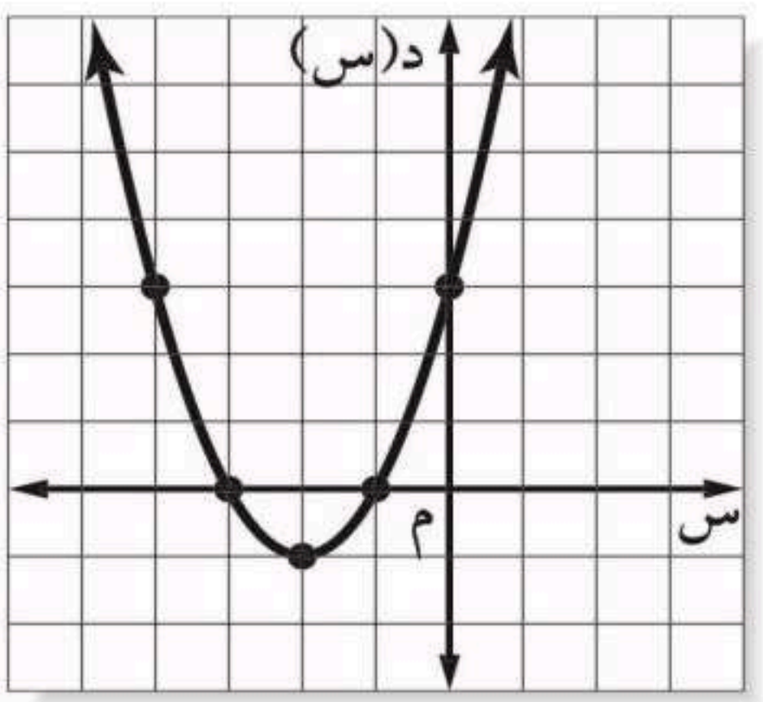
لا يوجد حلول حقيقية

٢- حل المعادلة $س^{٢} + ٤ س + ٣ = ٠$ بيانيا :

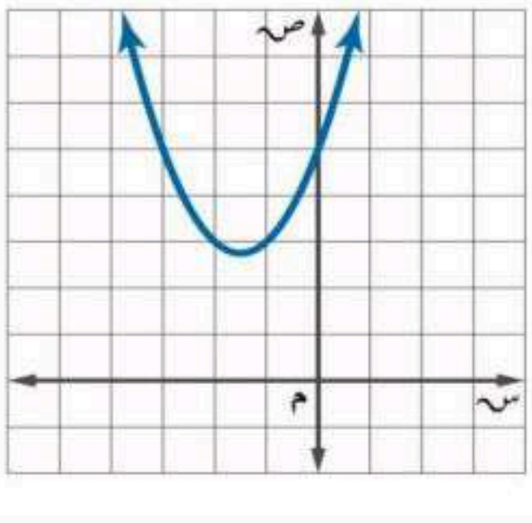
امثل الدالة د (س) = $س^{٢} + ٤ س + ٣$ المرتبطة بالمعادلة بيانيا

تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند -١ , -٣

لذا فالحلول هي -١ , -٣



٣ - اكتشف الخطأ : يقوم معاذ و أحمد بإيجاد عدد الأصفار الحقيقية للدالة الممثلة بالشكل المجاور فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .



معاذ

ليس لهذه الدالة أصفار حقيقية , لأنه لا يوجد لتمثيلها البياني مقاطع سينية .

أحمد

لها صفرا حقيقيا واحدا , لأن التمثيل البياني للدالة مقطعا صاديا .

الإجابة : معاذ , أصفار الدالة التربيعية هي المقاطع السينية للتمثيل , و بما أن التمثيل لا يقطع محور السينات فلا توجد مقاطع سينية و لا أصفار

حل معادلات تربيعية بإكمال المربع

٨_٣ حل معادلات تربيعية بإكمال المربع

تعلم اليوم :
- أحل معادلات تربيعية بإستعمال القانون العام
- استعمل المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية

إكمال المربع

خطوات إكمال المربع في أي عبارة تربيعية على الصورة $س^{٢} + ب س$

١) أوجد نصف ب (معامل س) ، ٢) ربّع الناتج في الخطوة (١)

٣) أضف الناتج من الخطوة (٢) إلى $س^{٢} + ب س$ ، ثم أكتب العبارة على صورة مربع كامل $س^{٢} + ب س + (\frac{ب}{٢})^{٢} = (س + \frac{ب}{٢})^{٢}$

مثال : أوجد قيمة ج التي تجعل ثلاثية الحدود $ف^{٢} + ٨ف + ح$ مربع كاملاً

الحل : ١) اجد نصف العدد ٨. $\frac{٨}{٢} = ٤$

٢) اربع الناتج في الخطوة (١) $٤^{٢} = ١٦$

٣) اضيف ١٦ إلى $ف^{٢} + ٨ف$. $ف^{٢} + ٨ف + ١٦$

إذن ج = ١٦ و $ف^{٢} + ٨ف + ١٦ = (ف + ٤)^{٢}$

حل معادلات بإكمال المربع

لابد أن يكون المعامل الرئيس (معامل $س^{٢}$) يساوي (١) واذا كان المعامل الرئيس لايساوي الواحد ، أقسم كل حد على هذا المعامل ثم افصل الحدين اللذين يحتويان $س^{٢}$ ، س ثم أكمل المربع

مثال : حلّ المعادلة $س^{٢} + ٤س = ٢١$

الحل : $س^{٢} + ٤س + ٤ = ٢١ + ٤$ بما أن $(\frac{٤}{٢})^{٢} = ٤$ ، لذا أضف ٤ للطرفين

$(س + ٢)^{٢} = ٢٥$ حلّل $س^{٢} + ٤س + ٤$

$س = -٢ \pm ٥$ بإخذ الجذر للطرفين ثم أضافة -٢ للطرفين

$س = -٢ + ٥$ $س = -٢ - ٥$ أفصل الحلين

$س = ٣$ $س = -٧$ أبسط

إذن الحلان هما ٣ ، -٧

حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة جـ التي تجعل س ^{٢} + ٨ س + جـ مربعا كاملا هي :			
أ) ٤	ب) ١٦	ج) ٦٤	د) ٨
٢- حلول المعادلة س ^{٢} + ١٢ س = ١٣ هي			
أ) ٦ , ٢	ب) ٤ , ٣	ج) - ١٣ , ١	د) ١٣ , ٣

٢- حل المعادلة س ^{٢} - ٨ س + ٧ = ٠ بإكمال المربع .

س ^{٢} - ٨ س = - ٧ — اطرح ٧ من كلا الطرفين

س ^{٢} - ٨ س + ١٦ = - ٧ + ١٦ — بما أن $(\frac{-٨}{٢})^{٢}$ = ١٦ لذا أضف ١٦ إلى كلا الطرفين

(س - ٤) ^{٢} = ٩ — حلل س ^{٢} - ٨ س + ١٦

س - ٤ = ± ٣ — أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين

س - ٤ = ٣ أو س = ٤ = - ٣ — افصل الحلين

س = ٣ + ٤ س = - ٣ + ٤

= ٧ = ١

الحلان هما ١ , ٧

٣- حدد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى . و فسر إجابتك .

ن ^{٢} - ٢ ن + ١	ن ^{٢} + ٤ ن + ٤	ن ^{٢} - ٦ ن + ٩	ن ^{٢} + ن + ١

ن ^{٢} + ن + ١ هي ثلاثية الحدود الوحيدة التي لا تمثل مربعا كاملا .

حل معادلات تربيعية بإكمال المربع

- حل معادلات تربيعية باستعمال القانون العام
- استعمل المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية

٨_٤ حل معادلات تربيعية باستعمال القانون العام

القانون العام

هو صيغة تستعمل لحل أي معادلة تربيعية مكتوبة بالصيغة القياسية (أ س^{٢} + ب ص + جـ = ٠)

ويعبر عنه بالقانون العام : $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$ حيث أ ≠ ٠

مثال : حل المعادلة س^{٢} − ٢س = ١٥ باستعمال القانون العام

الحل : الخطوة (١) : أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية

س^{٢} − ٢س = ١٥ ◄ س^{٢} − ٢س − ١٥ = ٠

الخطوة (٢): نطبق القانون العام

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$س = \frac{-(-٢) \pm \sqrt{(-٢)^{٢} - ٤(١)(-١٥)}}{٢(١)}$

$س = \frac{٢ \pm \sqrt{٦٤}}{٢(١)}$

بفصل الحلان

$س = \frac{٢ + \sqrt{٦٤}}{٢(١)}$ $س = \frac{٢ - \sqrt{٦٤}}{٢(١)}$

س = ٥ س = −٣

الحلان هما ٥ ، −٣

استعمال المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية

في القانون العام تسمى العبارة التي تحت الجذر (ب^{٢} − ٤أجـ) المميز ويمكن استعمالة لتحديد عدد الحلول الحقيقة للمعادلة التربيعية

إذا كان ناتج المميز موجب
فالمعادلة لها حلين
عدد المقاطع السينية اثنين

إذا كان ناتج المميز صفر
فالمعادلة لها حل واحد
عدد المقاطع السينية واحد

إذا كان ناتج المميز سالب
فالمعادلة ليس لها حل
ولايوجد مقطع سيني

مثال: المعادلة س^{٢} + ٢ س + ٥ = ٠
المميز ب^{٢} − ٤أجـ = ٢^{٢} − ٤(١)(٥) = −١٦ (سالب)
إذن عدد الحلول للمعادلة صفر ولايوجد مقاطع سينية

مثال: المعادلة ٩س^{٢} − ٣٠ س + ٢٥ = ٠
المميز ب^{٢} − ٤أجـ = (−٣٠)^{٢} − ٤(٩)(٢٥) = ٠ (صفر)
إذن يوجد للمعادلة حل واحد و مقطع سيني واحد فقط

حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - قيمة المميز للمعادلة س ^{٢} - ٩ س + ٢١ = ٠ تساوي			
أ) ٩ , ٤	ب) - ٣	ج) ٧٢	د) ١٦٥
٢- عدد الحلول الحقيقية للمعادلة ٣ص ^{٢} - ص - ٨ = ٠ تساوي			
أ) واحد فقط	ب) حلان	ج) عدد لانهائي	د) لا يوجد حل

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - إذا كانت قيمة المميز للمعادلة عدد سالب فإن للمعادلة حل حقيقي واحد . (✗)

٣- حل المعادلة س ^{٢} + ٦ س - ١٦ = ٠ باستعمال القانون العام .

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-٦ \pm \sqrt{(٦)^{٢} - ٤(١)(-١٦)}}{٢(١)}$$

$$س = \frac{-٦ \pm \sqrt{١٠٠}}{٢}$$

$$س = \frac{-٦ \pm ١٠}{٢}$$

$$س = \frac{-٦ + ١٠}{٢} \quad , \quad س = \frac{-٦ - ١٠}{٢}$$

$$س = ٢ \quad , \quad س = -٨$$

الحلان هما ٢ و - ٨

٤ - اوجد قيم المميز للمعادلة ٩ س ^{٢} - ٣٠ س + ٢٥ = ٠ ثم حدد عدد حلولها الحقيقية .

المميز = ب ^{٢} - ٤أجـ أ = ٩ , ب = - ٣٠ , جـ = ٢٥

= (- ٣٠) ^{٢} - ٤ (٩) (٢٥)

= ٩٠٠ - ٩٠٠ = ٠

بما أن المميز يساوي صفر فإن عدد الجلول الحقيقة واحد

الفصل التاسع: المعادلات الجذرية المثلثات

عنوان الدرس
تبسيط العبارات الجذرية
العمليات على العبارات الجذرية
المعادلات الجذرية
نظرية فيثاغورس
المسافة بين نقطتين
المثلثات المتشابهة
النسب المثلثية

٩_١ تبسيط العبارات الجذرية

- إيجاد الجذور التربيعية

- التربيعية في تبسيط العبارات
- ☑ استعمل خاصية قسمة الجذور التربيعية في تبسيط العبارات الجذرية

تكون العبارة الجذرية في ابسط صورة إذا تحققت في العبارة التي تحت الجذر الشروط التالية:

- لايكون أيٌ من عوامله مربعاً كاملاً عدا الواحد .
- لايتضمن كسوراً .
- لايظهر أي جذر في مقام الكسر.

ويمكن استعمال الخواص الاتية لتبسيط الجذور التربيعية

خاصية ضرب الجذور التربيعية

$\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ ب}$

أمثلة: $\sqrt{٥٤} = \sqrt{٥} \times \sqrt{٩}$

$= \sqrt{٥} \times \sqrt{٣^{٢}}$

$= ٣ \sqrt{٥}$

$\sqrt{٥} \times \sqrt{١٥} = \sqrt{٥} \times \sqrt{٥} \times \sqrt{٣} = ٥ \sqrt{٣}$

$= \sqrt{٥^{٢}} \times \sqrt{٣} = ٥ \sqrt{٣}$

خاصية قسمة الجذور التربيعية

$\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$

مثال: $\sqrt{\frac{١٠}{٩}} = \frac{\sqrt{١٠}}{\sqrt{٩}} = \frac{\sqrt{١٠}}{\sqrt{٣^{٢}}}$

$= \frac{\sqrt{١٠}}{٣}$

تبسيط الجذر التربيعي للمتغيرات

عند تبسيط العبارات الجذرية إذا كان ماتحت الجذر التربيعي متغيراً ذا أس زوجي وناتج تبسيطه ذا أس فردي يجب استعمال القيمة المطلقة

مثال: $\sqrt{٢٥ ك^{٣} ب^{٢}} = \sqrt{٥^{٢}} \times \sqrt{ك^{٢}} \times \sqrt{ك} \times \sqrt{ب^{٢}}$

$= ٥ \times |ك| \times \sqrt{ك} \times |اب|$

$= ٥ |ك| |اب| \sqrt{ك}$

إنطاق المقام (جعل المقام خالياً من الجذور)

عندما يكون المقام من حد واحد يحتوي على جذر تضرب في جذر المقام

مثال: $\frac{٣}{\sqrt{٢}} = \frac{٣}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$

$= \frac{٣ \sqrt{٢}}{٢}$

عندما يكون المقام من حدين تحتوي على جذر تضرب في المرافق

مثال: $\frac{٣}{\sqrt{٥} + ٣} = \frac{٣}{\sqrt{٥} + ٣} \times \frac{\sqrt{٥} - ٣}{\sqrt{٥} - ٣}$

$= \frac{٣(\sqrt{٥} - ٣)}{(\sqrt{٥})^{٢} - ٣^{٢}} = \frac{٣ \sqrt{٥} - ٩}{٥ - ٩}$

$= \frac{٣ \sqrt{٥} - ٩}{٤}$

تبسيط العبارات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة الجذرية $\sqrt{٢٤}$ =			
أ) $٢\sqrt{٦}$	ب) $٤\sqrt{٦}$	ج) $٦\sqrt{٢}$	د) ١٢
٢- تبسيط $\sqrt{٨} \times \sqrt{٥}$ =			
أ) $٤\sqrt{١٠}$	ب) $٢\sqrt{١٠}$	ج) $٤\sqrt{٥}$	د) $٥\sqrt{٨}$
٣- تبسيط العبارة $\sqrt{\frac{٤٥}{١٠}}$ =			
أ) $\frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$	ب) $\frac{٥\sqrt{٢}}{١٠}$	ج) $\frac{\sqrt{٤٥٠}}{١٠}$	د) $\frac{\sqrt{٥٠}}{١٠}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- $\sqrt{٨٨ م^{٣} ب^{٢} ر^{٥}}$ = = $٢ ام | اب | ار^{٢} \sqrt{٢٢ م ر}$

٢- مرافق $٦ - \sqrt{٧}$ هو $٦ + \sqrt{٧}$

٣- بسط العبارة :

$$\frac{٣}{٣ + \sqrt{٥}}$$

$$= \frac{٣}{٣ + \sqrt{٥}} \times \frac{٣ - \sqrt{٥}}{٣ - \sqrt{٥}}$$

$$= \frac{٩ - \sqrt{٥}}{٩ - ٥} = \frac{٩ - \sqrt{٥}}{٤}$$

٤- بسط العبارة

$\sqrt{٥٦ س ص^{١٠} ك^{٥}}$

$= \sqrt{٢^{٢} \times ٢ \times ٧ \times س ص^{١٠} ك^{٤} ك}$

$= ٢ | ص^{٥} | ك^{٢} \sqrt{١٤ س ك}$

تذكر:

تبسيط العبارات الجذرية

٩_٢ العمليات على العبارات الجذرية

- جمع العبارات الجذرية وطرحها
- أضرب العبارات الجذرية

جمع العبارات الجذرية وطرحها

يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد

جمع و طرح العبارات الجذرية

اذا كان ماتحت جذورها متشابهه

يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد .

مثال

$$٩\sqrt{٢} + ٧\sqrt{٢} - ٣\sqrt{٢} = (٩ + ٧ - ٣)\sqrt{٢}$$
$$= ١٣\sqrt{٢}$$

اذا كان ماتحت جذورها غير متشابهه

يجب تبسيط كل حد جذري أولاً ،ثم إجراء العمليات الحسابية المطلوبة.

مثال

$$٤\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٢٠} = ٤\sqrt{٥} + ٢(\sqrt{٥} \times \sqrt{٢})$$
$$= ٤\sqrt{٥} + ٢(\sqrt{٥} \times ٢)$$
$$= ٤\sqrt{٥} + ٤\sqrt{٥}$$
$$= ٦\sqrt{٥} + ٤$$

ضرب العبارات الجذرية

يشبهه ضرب العبارات الجذرية ضرب وحيدات الحد .

مثال : $٦\sqrt{٣} \times ٢\sqrt{٧} = ٦ \times ٢\sqrt{٣ \times ٧} = ١٢\sqrt{٢١}$

كما يمكن استعمال خاصية التوزيع على العبارات الجذرية

مثال : $٢\sqrt{٥}(٣\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٢}) = (٢\sqrt{٥} \times ٣\sqrt{٥}) + (٢\sqrt{٢} \times ٢\sqrt{٥})$

$$= [(٢ \times ٣)(\sqrt{٥} \times \sqrt{٥})] + [(٢ \times ٢)(\sqrt{٢} \times \sqrt{٥})]$$
$$= [٦ \times ٥] + [٤\sqrt{١٠}] = [٣٠] + [٤\sqrt{١٠}]$$

العمليات على العبارات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

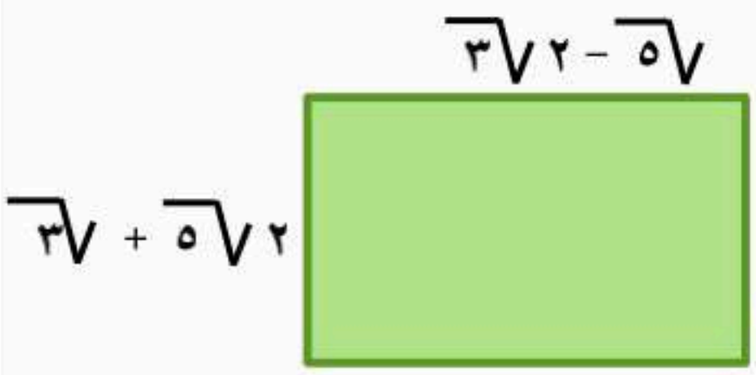
١- $٢\sqrt{٥} \times ٧\sqrt{٤}$ =			
أ) $١٤\sqrt{٢٠}$	ب) $١٤\sqrt{٥}$	ج) $٢٨\sqrt{٥}$	د) $٢٨\sqrt{١٠}$
٢- العبارة الجذرية $٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} + ٤\sqrt{٢}$ =			
أ) $٤\sqrt{٢}$	ب) $٢\sqrt{٢}$	ج) $٢\sqrt{٦}$	د) $٦\sqrt{٦}$
٣) $٤\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧} - ٦\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧}$ =			
أ) $٢\sqrt{٣} + \sqrt{٧}$	ب) $-٢\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٧}$	ج) $٢\sqrt{٦} + ١٤\sqrt{}$	د) $١٠\sqrt{٣} + ٦\sqrt{٧}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١) $٤\sqrt{٥٤} + ٢\sqrt{٢٤} = ١٦\sqrt{٦}$

٢) $\sqrt{٢٧} + ٢\sqrt{٣} - \sqrt{١٢} = ٣\sqrt{٣}$

٣- أوجد مساحة المستطيل المجاور بأبسط صورة .



مساحة المستطيل = $(\sqrt{٥} - ٢\sqrt{٣})(٢\sqrt{٥} + \sqrt{٣})$

$= (\sqrt{٥})(٢\sqrt{٥}) + (\sqrt{٥})(\sqrt{٣}) - (٢\sqrt{٣})(٢\sqrt{٥}) - (\sqrt{٣})(٢\sqrt{٣})$

$= ١٠ + \sqrt{١٥} - ٤\sqrt{١٥} - ٦$

$= ٤ - ٣\sqrt{١٥}$

جمع عبارات جذرية وطرحها وضربها .

- أحلّ معادلات جذرية
- أحلّ معادلات جذرية تتضمن حلولاً دخيلة

٩_٣ المعادلات الجذرية

المعادلات الجذرية : هي المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر

حل المعادلات الجذرية التي تحتوي متغيراً في احد طرفي المعادلة

خطوات حل هذه المعادلات

أولاً: أجعل المتغير الذي تريد ايجاد قيمتة في طرف من المعادلة

ثانياً : ربّع طرفي المعادلة للتخلص من الجذر

مثال

$\sqrt{س + ٣} - ٢ = ٥$ معادلة جذرية

$\sqrt{س + ٣} = ٧$ بإضافة (٢) للطرفين

$س + ٣ = ٤٩$ بتربيع الطرفين

$س = ٤٩ - ٣$ بإضافة (-٣) للطرفين

يتتج عن تربيع طرفي المعادلة أحياناً حلّ لا يحقق المعادلة الأصلية . وهذه الحلول تسمى حلولاً دخيلة ؛ لذا عليك التحقق من الحلول كلها في المعادلة الأصلية

حل المعادلات الجذرية التي تحتوي متغيراً في طرفيها

مثال

$\sqrt{ك + ٥} = ك + ٣$

الحل : $(\sqrt{ك + ٥})^٢ = (ك + ٣)^٢$ ربع الطرفين

$ك + ٥ = ك^٢ + ٦ك + ٩$ بسط

$٠ = ك^٢ + ٥ك + ٤$ أطرح ك + ٥ من الطرفين

$٠ = (ك + ٤)(ك + ١)$ حلّل

$ك + ٤ = ٠$ $ك + ١ = ٠$ خاصية التوزيع الصفري

$ك = -٤$ $ك = -١$ حل

التحقق

$\sqrt{ك + ٥} = ك + ٣$ المعادلة الأصلية

$\sqrt{-٤ + ٥} = -٤ + ٣$ عوض عن ك = -٤

$١ \neq ٢$ حل خطأ ✗

$\sqrt{ك + ٥} = ك + ٣$ المعادلة الأصلية

$\sqrt{-١ + ٥} = -١ + ٣$ عوض عن ك = -١

$٢ = ٢$ حل صحيح ✓

بما أن -٤ لاتحقق المعادلة الأصلية ، لذا فإن -١ هو الحل الوحيد للمعادلة

المعادلات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $\sqrt{س - ٣} - ٢ = ٤$ هو:			
أ) ٣٦	ب) ٣٩	ج) ٤٢	د) ٤٥
٢- حل المعادلة $س - ٣ = \sqrt{س - ١}$ هو :			
أ) ٣	ب) ٤	ج) ٥	د) ٦

٢- اكمل الفراغات الآتية :

١- المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر تسمى معادلات جذرية

٢- لحل المعادلات الجذرية اجعل الجذر في طرف المعادلة أولا ثم ربع طرفيها للتخلص من الجذر

٣- حل المعادلة $٤ + \sqrt{هـ + ١} = ١٤$ و تحقق من صحة الحل .

$٤ + \sqrt{هـ + ١} = ١٤$	المعادلة الأصلية
$\sqrt{هـ + ١} = ١٤ - ٤$	اطرح ٤ من الطرفين
$\sqrt{هـ + ١} = ١٠$	ربع الطرفين و بسط
$هـ + ١ = ١٠٠$	بسط
$هـ = ٩٩$	اطرح ١ من الطرفين

التحقق من الحل

بالتعويض عن هـ = ٩٩ في المعادلة الاصلية

$٤ + \sqrt{٩٩ + ١} = ١٤$

$٤ + \sqrt{١٠٠} = ١٤$

$٤ + ١٠ = ١٤$

$١٤ = ١٤$

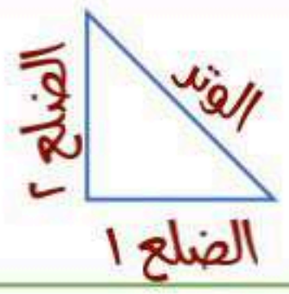
حل معادلات تربيعية باستعمال خاصية الجذر التربيعي.

٩_٤ نظرية فيثاغورس

- فيثاغورس .
- ☑ أحدد إذا كان المثلث المعطى قائم الزاوية ام لا.

نظرية فيثاغورس

في المثلث القائم الزاوية : (الوتر)^{٢} = (الضلع ١)^{٢} + (الضلع ٢)^{٢}

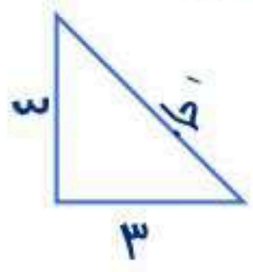


إيجاد الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية

الوتر المجهول

(الوتر)^{٢} = (الضلع ١)^{٢} + (الضلع ٢)^{٢}

أوجدي طول الضلع المجهول في المثلث الآتي



(الوتر)^{٢} = (الضلع ١)^{٢} + (الضلع ٢)^{٢}

(جـ)^{٢} = (٤)^{٢} + (٣)^{٢}

(جـ)^{٢} = ١٦ + ٩

(جـ)^{٢} = ٢٥

جـ = ± ٥

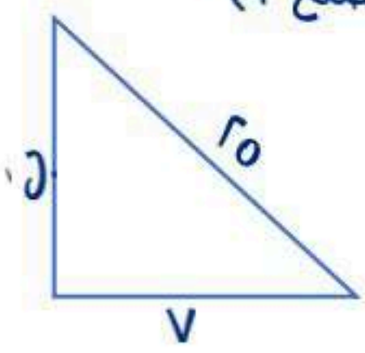
بما أن طول الضلع لايكون سالباً ، لذا فإن طول الضلع المجهول هو ٥ وحدات

أحد الأضلاع (غير الوتر) المجهول

(الضلع ١)^{٢} = (الوتر)^{٢} ـ (الضلع ٢)^{٢}

أوجدي طول الضلع المجهول في المثلث الآتي

(الضلع ١)^{٢} = (الوتر)^{٢} ـ (الضلع ٢)^{٢}



(بَ)^{٢} = (٢٥)^{٢} ـ (٧)^{٢}

(بَ)^{٢} = ٦٢٥ ـ ٤٩

(بَ)^{٢} = ٥٧٦

بَ = ± ٢٤

بما أن طول الضلع لايكون سالباً ، لذا فإن طول الضلع المجهول هو ٢٤ وحدة

عكس نظرية فيثاغورس

إذا كان الأطوال أ،بَ ،جـ لاضلاع مثلث تحقق أن : جـ^{٢} = أ^{٢} + بَ^{٢} فإن المثلث قائم الزاوية

مثال: حدد إذا كانت الأطوال (٦،٨،١٠) يمكن أن تشكل اضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا؟

بما أن طول الضلع الأكبر هو ١٠ فإن جـ=١٠ أ = ٨ بَ = ٦

جـ^{٢} = أ^{٢} + بَ^{٢} نظرية فيثاغورس

١٠^{٢} $\stackrel{؟}{=}$ ٨^{٢} + ٦^{٢} بالتعويض عن جـ=١٠، أ = ٨ ، بَ = ٦

١٠٠ $\stackrel{؟}{=}$ ٦٤ + ٣٦ بالتربيع

١٠٠ = ١٠٠ . بالجمع

بما أن جـ^{٢} = أ^{٢} + بَ^{٢} فإن قياسات هذه الأضلاع تشكل مثلثاً قائم الزاوية .

نظرية فيثاغورس

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

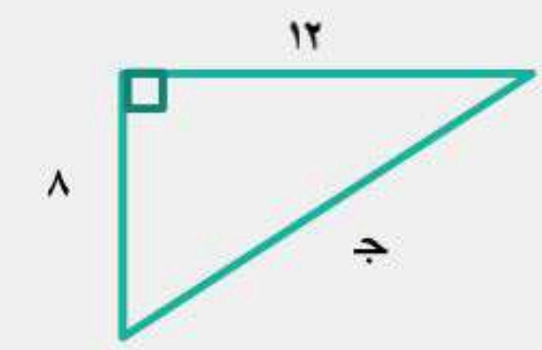
١ - مساحة المثلث م ن ب بالوحدات المربعة في الشكل المجاور :			
أ) ٢٩ , ٦٨	ب) ١٥٣ , ٦٧	ج) ٣٠٧ , ٣٥	د) ١٩ , ٢١
٢ - أي الأطوال التالية تشكل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية ؟			
أ) ٩ , ١٢ , ١٥	ب) ٦ , ٦ , ١٢	ج) ٣ , ٤ , ٨	د) ٣ , ٥ , ٣

٢ - اكمل الفراغات الآتية :

١ - يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية **الوتر**

٢ - ضلعا المثلث القائم الزاوية غير الوتر هما **ساقين**

٣- أوجدي طول الضلع المجهول في المثلث المقابل :-



جـ = أ^{٢} + ب^{٢}

جـ = ١٢^{٢} + ٨^{٢}

جـ = ١٤٤ + ٦٤

جـ = ٢٠٨ اوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين

جـ = ± ٤٢ , ١٤

بما أن طول الضلع لا يكون سالبا , لذا فإن طول الضلع هو ٤٢ , ١٤ وحدة

٤- اكتشف الخطأ : يحاول حسام و حازم تحديد إن كانت الأعداد ٣٦ , ٧٧ , ٨٥ تشكل ثلاثية فيثاغورس . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

حسام

٣٦^{٢} + ٧٧^{٢} = ٨٥^{٢} ج

١٢٩٦ + ٥٩٢٩ = ٧٢٢٥ ج

٧٢٢٥ = ٧٢٢٥

نعم

حازم

٣٦^{٢} + ٨٥^{٢} = ٧٧^{٢} ج

١٢٩٦ + ٧٢٢٥ = ٥٩٢٩ ج

٥٩٢٩ ≠ ٩٠٢١

لا

الإجابة / حسام , يجب أن يساوي مربع العدد الأكبر مجموع مربعي العددين الأخرين ,حيث تتحقق عندها ثلاثية فيثاغورس

استعمال نظرية فيثاغورس

- أجد المسافة بين نقطتين في المستوى الاحداثي
- اجد نقطة المنتصف بين نقطتين في المستوى الاحداثي

٩_٥ المسافة بين نقطتين

المسافة بين نقطتين إحداثياتها (س١، ص١) ، (س٢، ص٢) يعبر عنها بالقانون

$$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

مثال: أوجدي المسافة بين النقطتين (٥، ٤) ، (٢، ٣)

الحل:

$$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$= \sqrt{(-٣)^٢ + (-١)^٢}$$

$$= \sqrt{٩ + ١}$$

$$= \sqrt{١٠}$$

إيجاد الإحداثي المجهول

ويمكن استعمال قانون المسافة بين نقطتين عند معرفة المسافة بينهما ومعرفة إحداثيات إحداهما لإيجاد الإحداثي المجهول للنقطة الأخرى

مثال : أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) إذا كانت المسافة بين نقطتين (٤، ٧) ، (أ، ٣) تساوي ٥ وحدات

الحل :

$$ف = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

$$٥ = \sqrt{(أ - ٤)^٢ + (٣ - ٧)^٢}$$

$$٥ = \sqrt{أ^٢ - ٨أ + ٣٢}$$ ربع و بسّط

$$٢٥ = أ^٢ - ٨أ + ٣٢$$ باخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$٠ = أ^٢ - ٨أ + ٧$$ أطرح ٢٥ من الطرفين

$$٠ = (أ - ١)(أ - ٧)$$ حلّل

أ - ١ = ٠ أو أ - ٧ = ٠ خاصية الضرب الصفري

أ = ١ أو أ = ٧ حل كل معادلة

قانون نقطة المنتصف

نقطة المنتصف : هي النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تنتمي إلى هذه القطعة ويمكن إيجادها باستعمال القانون

$$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

مثال : أوجد إحداثي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين (٦، ٨) ، (١٠، ٤)

الحل :

$$م = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

$$م = \left(\frac{٦ + ١٠}{٢} ، \frac{٨ + ٤}{٢} \right)$$

$$م = (٨ ، ٦)$$

المسافة بين نقطتين

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - المسافة بين النقطتين (٥، ٣) ، (١، ٣) =			
أ) ١٦	ب) ٤	ج) ٥	د) ٩
٢ - إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين (١، ٣) ، (٩، ٩) =			
أ) (٦,٥)	ب) (٦,٤)	ج) (٦,٨)	د) (١٠, ١٢)

٢ - اكمل الفراغ الآتي :

١ - تسمى النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة و تنتمي إلى هذه القطعة نقطة المنتصف

٣ - أراد سعد و جمال أن يلتقيا في مطعم مشويات كما في التمثيل المجاور فاستعمل سعد قاربه للوصول إلى المطعم ، في حين استعمل جمال سيارته . علما بأن طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي يمثل كيلومترا واحدا .

أ - ما المسافة التي قطعها سعد ؟

إحداثي بيت سعد = (٣ , ٥)

إحداثي مطعم المشويات = (٣ , -٥)

المسافة = $\sqrt{(٣-٣)^{٢}+(-٥-٥)^{٢}}$

$= \sqrt{(٠)^{٢}+(-١٠)^{٢}}$

$= \sqrt{(١٠)^{٢}}$

= ١٠ كلم

ب- ما المسافة التي قطعها جمال ؟

إحداثي بيت جمال = (-٢ , ٠)

إحداثي مطعم المشويات = (٣ , -٥)

م = $\sqrt{(-٢-٣)^{٢}+(٠-(-٥))^{٢}}$

$= \sqrt{(-٥)^{٢}+(٥)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥+٢٥}$

$= ٥\sqrt{٢}$ = ٧,٠٧ كلم تقريبا

تذكر:

حل التناسبات

٩_٦ المثلثات المتشابهة

ماذا سأتعلم ؟!

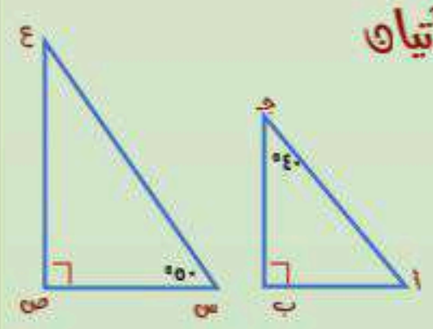
- ☑ أحدد ما إذا كان مثلثان متشابهان ام لا .
- ☑ أجد العناصر المجهولة في مثلثين متشابهين .

المثلثات المتشابهة : هي المثلثات التي لها الشكل نفسه، وزواياها المتناظرة متساوية وقياسات الأضلاع المتناظرة متناسبة والرمز(~) يشير الى مثلثين متشابهين

تحديد المثلثات المتشابهة

باستعمال المقارنة بين قياسات الزوايا المتناظرة

مثال : حدد ما إذا كانت المثلثان الآتيان متشابهين أم لا ، وبرر اجابتك



الحل

نعم متشابهة : لإن الزوايا المتناظرة متساوية في القياس

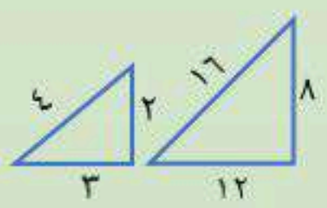
قياس ∠أ = ١٨٠° - (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠° = قياس ∠ س

قياس ∠ ع = ١٨٠° - (٩٠° + ٥٠°) = ٤٠° = قياس ∠ جـ

قياس ∠ ب = ٩٠° = قياس ∠ ص

باستعمال المقارنة بين نسب أطوال الاضلاع المتناظرة

مثال: حدد ما إذا كانت المثلثان الآتيان متشابهين أم لا ، وبرر اجابتك



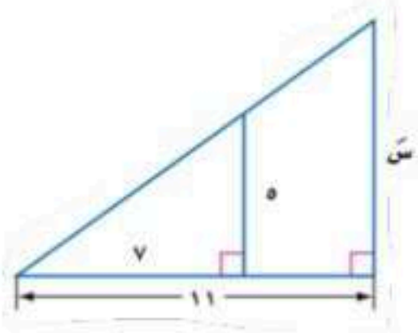
الحل

نعم متشابهة : لإن الاضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{١٦}{٤} = \frac{١٢}{٣} = \frac{٨}{٢} = ٤$$

يمكن استعمال التناسب لإيجاد القياسات المجهولة ، عندما تكون بعض أطوال أضلاع المثلثات المتشابهة معلومة

مثال : أوجد قياس العناصر المجهولة في المثلثين المتشابهين



الحل: بما أن المثلثان متشابهان فإن الاضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{١١}{٧} = \frac{س}{٥}$$

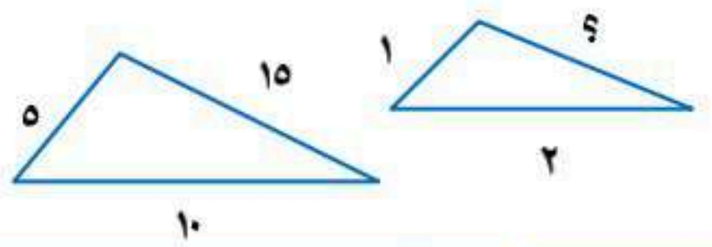
$$٧ س = ٥٥$$

$$س = \frac{٥٥}{٧} = ٧,٩$$

المثلثات المتشابهة

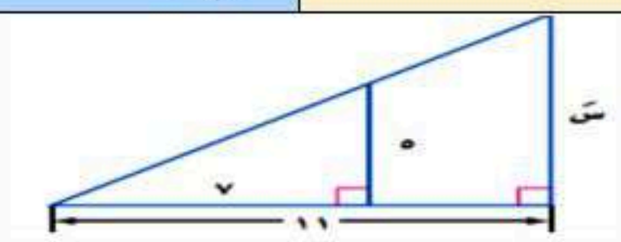
١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - في الشكل △ △ متشابهان قياس الضلع المجهول =



أ) ١٢	ب) ١٠	ج) ٦	د) ٣

٢ ـ طول الضلع المجهول سَ في المثلثين المتشابهين يساوي

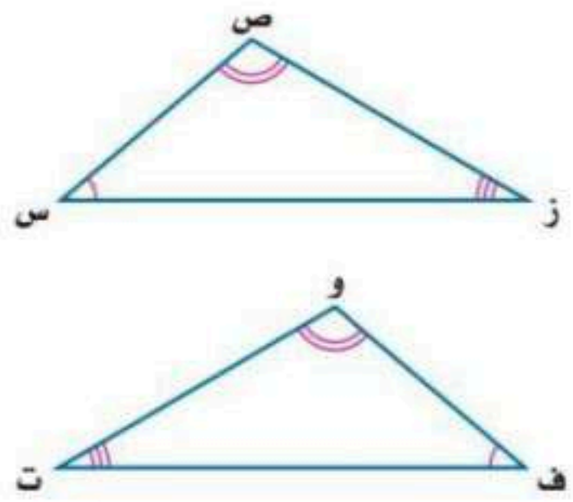


أ) $\frac{٥٥}{٧}$	ب) $\frac{٧٧}{٥}$	ج) $\frac{١١}{٥}$	د) $\frac{٥٥}{٣}$

٢- اكمل الفراغ الآتي:

١ - في المثلثين إذا تناسبت الأضلاع المتناظرة وتساوت الزوايا المتناظرة يكون المثلثان .متشابهين

٣- قارنت رهف و نوال بين المثلثين المتشابهين المجاورين . فأ يهما كانت مقارنتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .



رهف

ق ∠ س = ق ∠ ت

ق ∠ ص = ق ∠ و

ق ∠ ز = ق ∠ ف

△ س ص ز ~ △ ت و ف

نوال

ق ∠ س = ق ∠ و

ق ∠ ص = ق ∠ ف

ق ∠ ز = ق ∠ ت

△ س ص ز ~ △ و ف ت

الإجابة / كلتاهما خطأ , فالأقواس تشير إلى الزوايا المتناظرة , لذا فإن △س ص ز ~ △ ف و ت

استعمال نظرية فيثاغورس

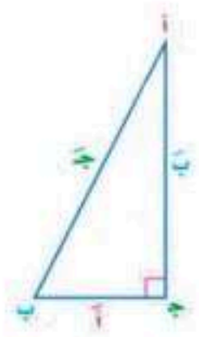
- أجد النسب المثلثية للزوايا
- أستعمل النسب المثلثية لحل المثلث

٩_٧ النسب المثلثية

حساب المثلثات : هو دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه

النسب المثلثية : هي النسب التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية

النسب المثلثية الأكثر شيوعًا



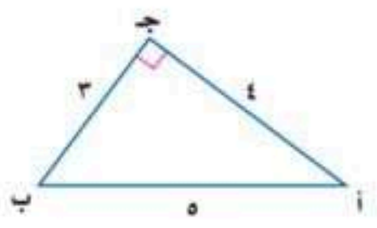
جيب الزاوية أ = الضلع المقابل للزاوية أ / الوتر

جيب تمام الزاوية أ = الضلع المجاور للزاوية أ / الوتر

ظل الزاوية أ = الضلع المقابل للزاوية أ / الضلع المجاور للزاوية أ

مثال

أوجد النسب المثلثية للزاوية أ في المثلث الآتي



الحل : جا أ = المقابل / الوتر = ٣/٥

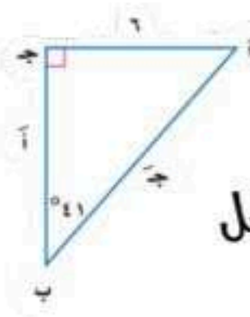
ظا أ = المقابل / المجاور = ٣/٤

جتا أ = المجاور / الوتر = ٤/٥

أستعمال النسب المثلثية

حل المثلث: يعني إيجاد القياسات المجهولة لإضلاع وزوايا المثلث القائم الزاوية

مثال : حل المثلث القائم الزاوية مقرباً طول الضلع إلى أقرب جزء من عشرة



أولا : أجد قياس < أ ١٨٠° − (٩٠° + ٤١°) = ٤٩°

قياس < أ = ٤٩°

ثانياً : أجد أ. باستعمال نسبة الظل لإن الضلع المقابل للزاوية ب معطى ونريد ايجاد المجاور للزاوية ب

أ = ٦ / ظا ٤٥ ⟵ أ = ٦,٩

ظا ٤٥ = ٦ / أ ⟵ أ ظا ٤٥ = ٦

ثالثاً : أجد جـ . باستعمال نسبة الجيب لإن قياس الضلع المقابل للزاوية معطي ونريد إيجاد قياس الوتر

جا ٤١° = ٦ / جـ ⟵ جـ جا ٤١° = ٦

جـ = ٦ / جا ٤١° = ١٠,٩ تقريبا

معكوس النسب المثلثية

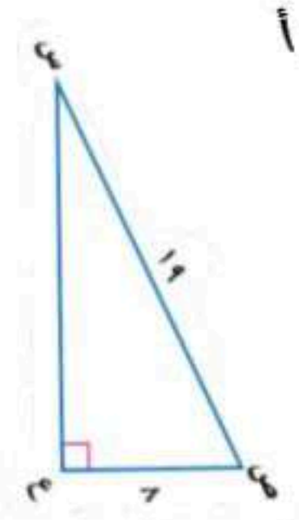
إذا كانت < أ زاوية حادة

وكان جا أ = س فإن جا⁻¹ = ق < أ

أو كان جتا أ = س فإن جتا⁻¹ = ق < أ

أو كان ظا أ = س فإن ظا⁻¹ = ق < أ

مثال: أوجد ق < ص إلى أقرب درجة



نعلم طول الضلع المجاور للزاوية ص

وطول الوتر إذن استعمل جيب التمام

جتا ص = المجاور / الوتر = ٨/١٩

ق < ص = جتا⁻¹ ٨/١٩

باستعمال الحاسبة ودالة جتا⁻¹ (COS⁻¹)

ق < ص = ٦٥°

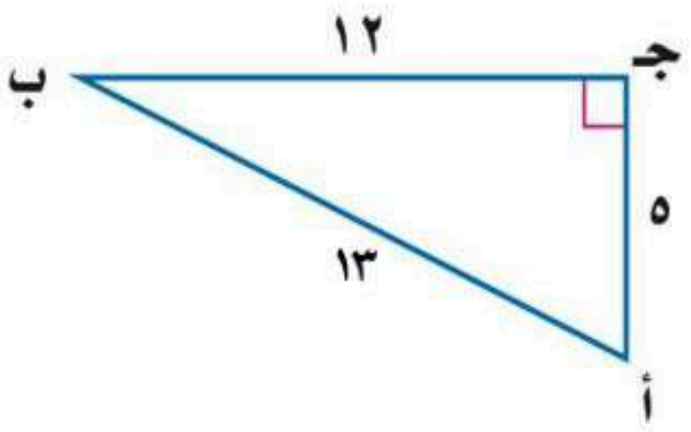
النسب المثلثية

١- اكمل الفراغات الآتية :

١ – النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم تسمى النسب المثلثية

٢ - دراسة العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه يسمى حساب المثلثات

٢ - أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.



جا ب = المقابل / الوتر = ٥ / ١٣

جتا ب = المجاور / الوتر = ١٢ / ١٣

ظا ب = المقابل / المجاور = ٥ / ١٢

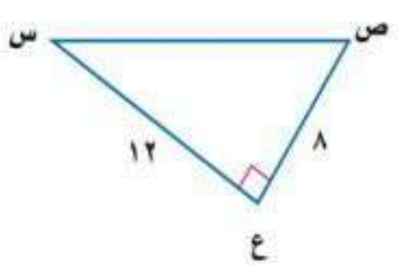
٣- استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي و قرب إلى اقرب جزء من ألف .

جا ٣٧° = ٠, ٦٠١٨

جتا ٢٣° = ٠, ٩٢٠٥

ظا ١٤° = ٠, ٢٤٩٣

٤ – أوجد قياس ∠ س في المثلث مقربا إلى أقرب درجة:



ق ∠ س =

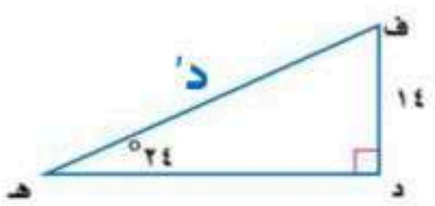
جا س = المقابل / الوتر

جا س = ٨ / ١٢

جا س = ٠, ٦٦٦٧

س = ٣٤°

٥ - أوجد قياس دَ في المثلث مقربا إلى أقرب جزء من عشرة :



جا س = المقابل / الوتر

جا ٢٤° = ١٤ / د

د = ١٤ / جا ٢٤

د = ٣٤,٤

الفصل العاشر: الإحصاء و الإحتمال

عنوان الدرس
تصميم دراسة مسحية
تحليل نتائج الدراسة المسحية
إحصائيات العينة ومعالم المجتمع
التباديل و التوافيق
احتمالات الحوادث المركبة

تنظيم البيانات باستعمال الجداول التكرارية

- أصنف دراسية مسحية
- أعرف الطرق المختلفة لاختيار العينة

أساليب جمع البيانات

الدراسة المسحية

تعريفها / استعمالها

تؤخذ فيها البيانات من استجابات أفراد عينة من المجتمع للتوصل الى استنتاجات عامة حول المجتمع

مثال عليها /

تحديد درجة رضا طلاب مدرسة عن فقرات الإذاعة المدرسية الصباحية : يسأل مشرف الإذاعة عينة من ٥٠ طالب عن رأيهم في فقرات الاذاعة

الدراسة القائمة على الملاحظة

تعريفها / استعمالها

تسجيل البيانات بعد ملاحظة أو مشاهدة العينة وتستعمل لمقارنة ردود الأفعال والتوصل إلى استنتاجات حول استجابات المجتمع

مثال عليها /

تراقب شركة لصناعة الدمى بعض الأطفال وهم يلعبون وتلاحظ نوع الدُمى اللتي يفضلونها أكثر ويستنتجون من ذلك أن الأطفال في عمر سنتين يفضلون الدمى اللتي تصدر أصوات على تلك اللتي لاتصدر أصوات

التجربة

تعريفها / استعمالها

تسجل البيانات بعد تغيير العينة وتستعمل للتوصل إلى استنتاجات عامة حول ما يمكن أن يحدث خلال حادثةٍ ما

مثال عليها /

يقوم مراقب ضبط الجودة بتشغيل آلة بسرعة معينة عشر مرات فإذا وجد أن المنتج يكون معيباً في كل مرة فإنه يستنتج أن المنتج سيكون معيباً في كل مرة تدور فيها الآلة بهذه السرعة

ملاحظة هامة /

تكون العينة متحيزة إذا كانت طريقة اختيارها تُعطي تفضيل لمجموعة معينة على مجموعة أخرى
وتكون العينة غير مُتحيزة إذا كان لكل فرد منها الإحتمال نفسه في الاختيار وتسمى عينة عشوائية

العينات العشوائية

العينة العشوائية البسيطة

تعريفها /

العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع

مثال عليها /

سحب أرقام مئة طالب من كيس وإخضاع هؤلاء الطلاب لدراسة مسحية

العينة العشوائية الطبقية

تعريفها /

العينة التي لها يقسم فيها المجتمع إلى فئات متماثلة غير متداخلة ثم يتم اختيار عينة من كل واحدة من هذه الفئات

مثال عليها /

يختار الباحث عينات من صفوف مختلفة من الطلاب بناء على النسبة المئوية لهذه الصفوف في المدرسة

العينة العشوائية المنتظمة

تعريفها /

العينة التي يُختار أفرادها تبعاً لفترة زمنية محددة أو فئة محددة من العناصر

مثال عليها /

تُفحص قطعة من خط إنتاج كل عشر دقائق أو تُفحص قطعة من كل ٥٠ قطعة

تصميم دراسة مسحية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- يقف عدد من الطلاب عند مدخل المدرسة و يسألون كل عاشر طالب يدخلها عن هوايته المفضلة .			
أ) متحيزة	ب) غير متحيزة	ج) طبقية	د) غير ذلك

٢- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت مه , ثم صف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كل مما يلي :

١- يريد مدير ناد رياضي أن يحدد شعارا للنادي . فسأل ١٠٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائيا عن ارائهم .

العينة /	المجتمع /	أسلوب جمع البيانات /
١٠٠ شخص من مشجعي النادى	مشجعي النادي جميعهم	دراسة مسحية

٢- سألت وكالة سياحية جميع زبائنها الذين تعاملوا معها خلال السنتين الماضيتين عن الأماكن الأكثر تفضيلا و الأقل تفضيلا .

العينة / الزبائن جميعهم الذين تعاملوا مع الشركة خلال السنتين الماضيتين	المجتمع / الزبائن السابقون جميعهم	أسلوب جمع البيانات / دراسة مسحية

٣- اكمل الفراغات الآتية :

١ - العينة التي يختار أفرادها تبعا لزمن معين أو فترة زمنية محددة تسمى **العينة العشوائية المنتظمة**

٢ - العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع تسمى **العينة العشوائية المنتظمة**

٣- جزءا من مجموعة أكبر تسمى المجتمع هي **العينة**

٤- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت منه ثم صنف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة :

يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءا بوقت يحدد عشوائيا

العينة / الفطائر التي يتم فحصها كل ٢٠ دقيقة	المجتمع / جميع الفطائر التي تعد في المطعم	تصنيف العينة / منتظمة لأنه يتم فحص الفطائر في فترات زمنية محددة

تصميم الدراسات المسحية

- ألخص نتائج الدراسة المسحية
- أقوم نتائج الدراسة المسحية

مقاييس النزعة المركزية

	المتوسط الحسابي	الوسيط	المنوال
وصفه	مجموع البيانات مقسوماً على عددها	العدد الأوسط أو متوسط العددين الأوسطين في البيانات المرتبة	العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات
متى يستخدم ؟!	عندما لايوجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات	عندما توجد قيمة متطرفة في البيانات ولكن لاتوجد فجوة كبيرة في وسط البيانات	عندما توجد أعداد متكررة في مجموعة البيانات

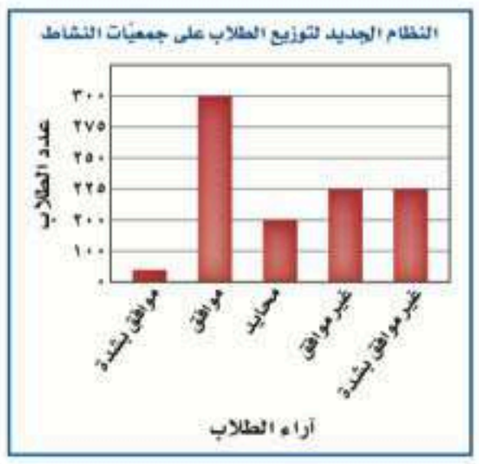
أنواع البيانات /
بيانات كمية تُعطى بصورة قيم عددية يمكن تحليلها مثل درجات الإختبار أو ساعات الدراسة أو كتل الأجسام
بيانات نوعية لايمكن أن تأخذ قيمة عددية ومن أمثلتها الجنس (ذكر، أنثى)، الجنسية ، البرنامج التلفزيوني المفضل

تقويم نتائج الدراسة المسحية

غالباً ماتقدم الصحف اليومية والمجلات والتقارير المتلفزة نتائج دراسات مسحية تحتاج إلى الحكم على مصداقيتها قبل اتخاذ قرار يُعتمد عليها ويمكن أن تطرح بعض الأسئلة على نفسك من أجل ذلك مثل :
مامجتمع الدراسة ؟ ومالعينات المختارة منه ؟ وهل استطيع تحديدها بسهولة ؟ وهل هي متحيزة ؟
مامصدر البيانات ؟ وهل هو موثوق ؟ وهل يمكن أن يكون متحيز ؟
هل تدعم البيانات الاستنتاجات فعلياً ؟

وهذا مايسمى بتقويم نتائج الدراسة المسحية

نتائج مظلله



يفكر قائد مدرسة ثانوية كبيرة في تطبيق نظام جديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط فوزع استبانة على الطلاب يسألهم عن رأيهم في النظام الجديد وكان السؤال / مارأيك في تطبيق النظام الجديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط ؟
الاستنتاج / لن يتزعج الطلاب من تطبيق نظام توزيع الطلاب على جمعيات النشاط
حدد ما إذا كان التمثيل بالأعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الدراسة المسحية ؟

يبدو للوهلة الأولى ان معظم الطلاب موافقون على تطبيق النظام الجديد ومع ذلك فإن أطوال فترات التدريج غير ثابتة وإذا ألقينا نظرة فاحصة نجد أن نحو ٤٥٠ طالب غير موافقين او غير موافقين بشدة على هذا النظام الجديد وأن عدد الطلاب الموافقين يزيد قليلاً على ٣٠٠ طالب فقط لذا فإن التمثيل البياني المعروض مظلل والاستنتاج غير صادق

تحليل نتائج الدراسة المسحية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات يسمى :			
أ) المتوسط	ب) الوسيط	ج) المنوال	د) المدى

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - الوسيط هو مجموع البيانات مقسوما على عددها (✗)

٢ - البيانات النوعية يمكن أن تأخذ قيمة عددية (✗)

٣- أي مقاييس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات ؟ و برر إجابتك . ثم أحسب ذلك المقياس

أجريت دراسة حول الأنشطة الصيفية المفضلة التي يمارسها الطلاب . و عرضت نتائجها في الجدول المجاور .

الأنشطة الصيفية			
السباحة	٦٥٠	المخيمات	٤٣٢
الرحلات	٨٨٥	المطالعة	٢٨١
الرياضة	١١٢٣	أخرى	٥١٤

لا يمكن حساب مقياس للنزعة المركزية . لأن قيم البيانات تمثل أشياء مختلفة .

٤ - حدد صحة المعلومات و الاستنتاجات لتقرير الدراسة المسحية فيما يأتي :

يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة اللعبة الرياضية التي يفضلها طلاب المدرسة.

السؤال :ما اللعبة الرياضية التي تفضلها؟

الاستنتاج :كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعا من الألعاب الرياضية المفضلة.

التمثيل و الاستنتاج صحيحان

تنظيم نتائج الدراسة المسحية وتلخيصها

نتائج الدراسة المسحية
- ☑ أحلل البيانات باستعمال إحصائيات العينة

عيّن العينة والمجتمع في الموقف التالي ثم صف إحصائي العينة ومعلمة المجتمع

اختيرت عينة عشوائية من إحدى الجامعات مكونة من ٤٠ من طالبي المنح الدراسية ثم حُسب متوسط درجاتهم

العينة : مجموعة الطلاب ٤٠ المتقدمين بطلبات المنح الدراسية
المجتمع : جميع الطلاب طالبي المنح الدراسية
إحصائي العينة : متوسط درجات الطلاب الأربعين
مَعلمة المجتمع : متوسط درجات جميع طالبي المنح الدراسية

مقاييس التشتت

المقياس	الوصف	متى يفضل استعماله ؟!
المدى	الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في مجموعة البيانات	لوصف الأعداد التي تشملها مجموعة البيانات
الربيعات	القيم التي تقسم مجموعة البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية	لتحديد القيم الواقعة في الجزء الأعلى أو الجزء الأسفل من مجموع البيانات
المدى الربيعي	مدى النصف الأوسط من مجموعة البيانات وهو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى	لتحديد القيم الواقعة في النصف الأوسط من مجموعة البيانات

الانحراف المتوسط : هو متوسط القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات

كيف نوجد الإنحراف المتوسط ..؟!

١ – نوجد المتوسط الحسابي
٢ – نوجد مجموع القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي
٣ – نقسم هذا المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات

الانحراف المعياري : هو القيمة التي تُحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

التباين : هو مربع الانحراف المعياري

كيف نوجد التباين والإنحراف المعياري ..؟!

١ – نوجد المتوسط الحسابي
٢ – نوجد مربع الفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي ثم نجمع هذه المربعات ونقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات لنحصل على التباين
٣ – نوجد الانحراف المعياري بإيجاد الجذر التربيعي للتباين

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات ٦ , ١٠ , ١٥ , ١١ , ٨ يساوي			
أ) ٦	ب) ٨	ج) ١٠	د) ١٢
٢- الانحراف المعياري للأعداد ١٢ , ١٥ , ١٨ , ٢١ يساوي			
أ) ٣ , ١١	ب) ٤ , ٣	ج) ٦ , ٩	د) ٥ , ١٦

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - **التباين** هو مربع الإنحراف المعياري للبيانات .

٢ - **الانحراف المعياري** هو القيمة التي تدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

٣ - عين العينة و المجتمع , ثم صنف إحصائي العينة و معلمة المجتمع .

اختيرت عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير التعليمية , و سئل أفراد العينة عن الوقت الذي يقضيه كل منهم في الأنشطة المنهجية الإضافية خلال الأسبوع .

العينة / عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير

المجتمع / طلاب المدرسة الثانوية في منطقة عسير جميعهم

إحصائي العينة / الوقت الذي يقضيه أفراد العينة في الأنشطة المنهجية الإضافية

معلمة المجتمع / الوقت الذي يقضيه كل طلاب المدارس الثانوية في الأنشطة المنهجية الإضافية

٤- اكتشف الخطأ : تصف كل من سحر و رغد طريقة دقة دراسة مسحية , فأيتهما إجابتها صحيحة ؟ فسر ذلك .

سحر

يجب أن تشتمل الدراسة المسحية على اكبر عدد ممكن من أفراد المجتمع

رغد

يجب اختيار عينة الدراسة المسحية عشوائيا , و يجب أن تؤخذ عدة عينات عشوائية

الإجابة /

كلا الإجابتين صحيحة , إذ إن الطريقة التي ذكرتها كل من سحر و رغد تؤدي إلى زيادة دقة الدراسة المسحية

استعمال مبدأ العد الأساسي

- ☑ استعمل التباديل
- ☑ استعمل التوافيق

التباديل

عندما تنظم العناصر بحيث يكون ترتيبها مهماً وتكتب جميع التراتيب الممكنة لهذه العناصر يسمى كل من هذه التراتيب تبديل

في التباديل الترتيب مهم جداً

أوجد قيمة كل مما يلي:

$ل_{٢}^{٦} = ٦ \times ٥ = ٣٠$

$ل_{٣}^{٥} = ٥ \times ٤ \times ٣ = ٦٠$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

يريد أمين مكتبة أن يعرض ٦ مجلات من بين ١٠ مجلات مختلفة على رف ، فبكم طريقة يمكنه ذلك ؟

ملاحظة هامة / كلمة مختلفة تدل على ترتيب لذلك تحل بالتباديل

$ل_{٦}^{١٠} = ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ = ١٥١٢٠٠$

التوافيق

يسمى عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية توافيق

في التوافيق الترتيب غير مهم أبداً اختيار جزء من كل

أوجد قيمة كل مما يلي:

$ق_{٣}^{٦} = \frac{٦ \times ٥ \times ٤}{٣ \times ٢ \times ١} = ٢٠$

$ق_{٢}^{٤} = \frac{٤ \times ٣}{٢ \times ١} = ٦$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

تطلب أم من بناتها الخمسة القيام بالأعمال المنزلية كل أسبوع بكم طريقة يمكن اختيار اثنتين منهن لتنظيف ساحة المنزل ؟

ملاحظة هامة / الترتيب في عملية الاختيار غير هام كذلك نلاحظ انه اختيار جزء من كل لذلك تحل بالتوافيق

$ق_{٢}^{٥} = \frac{٥ \times ٤}{٢ \times ١} = ١٠$

المضروب : مضروب العدد الصحيح الموجب ن هو ناتج ضرب الاعداد الصحيحة الموجبة التي تقل عن ن أو تساويه

مثلاً $٤! = ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٤$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

دخل فهد وخمسة من أصدقائه قاعة محاضرات فبكم طريقة مختلفة يمكنهم أن يجلسوا جميعاً على ٦ مقاعد خالية في صف واحد واحد ؟

عدد طرق جلوس فهد وأصدقائه هو $٦! = ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٧٢٠$

التباديل و التوافيق

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من ٤ أشخاص من بين ١٢ شخصا ؟			
أ) ٤٨	ب) ٤٨٣	ج) ٤٩٥	د) ٨٨٠
٢- يريد أحد المراكز التجارية أن يعرض صور جوائزه الست التي يوزعها على الزبائن على لوحة . بكم طريقة يمكن تنظيم الجوائز في صف واحد ؟			
أ) ١٢٠	ب) ٤٥٠	ج) ٧٢٠	د) ٩٦٠
٣- ^{٧}ل ٢ =			
أ) ١٤	ب) ٤٢	ج) ٤٩	د) ٢٤٠
٤ - ^{٦}ق ٤ =			
أ) ١٥	ب) ٢٠	ج) ٣٠	د) ٤٥

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية تسمى **التوافيق**

٣- حدد هل يتضمن كل موقف من المواقف الآتية تباديل أم توافيق :

اختيار ٥ كتب لقراءتها من بين ٨ كتب على رف	توافيق
اختيار الفائزين بالمراكز الثلاثة الأولى في مسابقة ثقافية	تباديل

٤ - اكتشف الخطأ : تريد كل من سلمى و نوف أن يكونا لجنة مؤلفة من ٤ طالبات . للإشراف على تزيين المدرسة استعدادا لاحتفال تكريم الأوائل . تريد كل منهما أن تحدد عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا تطوع ١٠ طالبات للقيام بهذا العمل . فأيهما كانت إجابتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

سلمى

$$^{١٠}ل_{٤} = \frac{!١٠}{!(٤-١٠)}$$

$$= ٥٠٤٠$$

نوف

$$^{١٠}ق_{٤} = \frac{!١٠}{!٤!(٤-١٠)}$$

$$= ٢١٠$$

الإجابة

نوف . بما أن الترتيب غير مهم .
فيجب استعمال التوافيق

كيفية حساب احتمال بسيط

- نوجد احتمال حادثتين مستقلتين أو غير مستقلتين
- نوجد احتمال حادثتين متنافيتين. أو حادثتين غير متنافيتين

الحوادث المركبة

تتكون من حادثتين بسيطتين وأكثر

مثال : يحتوي كيس على ٦ كرات سوداء و٩ زرقاء و٤ صفراء وكرتين خضراوين فإذا سُحبت منه كرة عشوائياً ثم أُعيدت وسُحبت كرة ثانية أوجد احتمال سحب كرة سوداء ثم كرة صفراء ؟

الكرة الأولى : ح (سوداء) = عدد الكرات السوداء / عدد الكرات الكلي = ٦/٢١

الكرة الثانية : ح (صفراء) = عدد الكرات الصفراء / عدد الكرات الكلي = ٤/٢١

اذاً احتمال الحوادث المستقلة يكون

ح (سوداء و صفراء) = ح (سوداء) X ح (صفراء)

= ٦/٢١ X ٤/٢١ = ٢٤/٤٤١

الحوادث المستقلة والغير مستقلة

الحوادث المستقلة هي التي نتيجة إحداهما لاتؤثر على الأخرى

مثال : يحوي كيس على ١٠ كرات ٥ منها زرقاء و٢ سوداء و٣ خضراء ثم سُحب كرة عشوائياً زرقاء ثم سوداء

مستقلة : ح (زرقاء وسوداء)

١/١٠ = ٥/١٠ X ٢/١٠ X ١٠/١٠٠

غير مستقلة : عندما سحبنا الكرة الأولى لم يتم إعادتها إلى الكيس

١/١٥ = ٦/٩٠ = ٢/٩ X ٣/١٠

الحوادث المتنافية

هي الحوادث التي لا يمكن وقوعها معاً

مثال :

عند رمي مكعب أرقام أوجدي احتمال ظهور العدد ٣ أو ٥؟

أولاً نوجد احتمال ظهور العدد ٣ والعدد ٥ كلاً على حده

ح (ظهور ٣) = ١/٦

ح (ظهور ٥) = ١/٦

احتمال الحوادث المتنافية

ح (٣ أو ٥) = ١/٦ + ١/٦ = ٢/٦ = ١/٣

ح (٤ على الأقل) = ١/٦ + ١/٦ + ١/٦ = ٣/٦ = ١/٢

الحوادث الغير متنافية

مثال :

في حادثة رمي مكعب أرقام ماحتمال ظهور عدد فردي أو أولي ؟

أولاً نوجد احتمال ظهور عدد فردي وعدد أولي كلاً على حده

ح (فردي) = ٣/٦

ح (أولي) = ٣/٦

ح (فردي أو أولي) = ٢/٦

ح (فردي) + ح (أولي) – ح (الاعداد الاوليه الفرديه)

٢/٣ = ٤/٦ = ٢/٦ – ٣/٦ + ٣/٦

احتمالات الحوادث المركبة

١ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند رمي مكعب أرقام فإن حادثة ظهور (عدد فردي أو أولي) حوادث متنافية (✗)

٢- اكمل الفراغات التالية :

١-عندما تؤثر نتيجة حادثة ما في نتيجة حادثة أخرى تسمى حادثتان غير مستقلتين

٢- الحادثتان اللتان لا يمكن وقوعهما معا تسمى حادثتان متنافيتان

٣- يحتوي كيس على ٣ كرات حمراء و كرتين خضراوين و ٤ كرات زرقاء . اختيرت منه كرتان عشوائيا دون إرجاع . أوجد احتمال أن تكون الكرتان زرقاوين .

الحادثتان غير مستقلتين

ح (أ و ب) = ح (أ) × ح (ب)

الكرة الأولى : ح (زرقاء) = $\frac{٤}{٩}$

الكرة الثانية : ح (زرقاء) = $\frac{٣}{٨}$

ح (زرقاء و زرقاء) = $\frac{٤}{٩} \times \frac{٣}{٨} = \frac{١٢}{٧٢} = \frac{١}{٦}$

احتمال سحب كرتين زرقاوين دون إرجاع يساوي $\frac{١}{٦}$

٤- أوجد كلا من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام :

ح (أقل من ٣) = $\frac{١}{٣}$ = ٣٣ ٪ تقريبا

ح (٢ أو ٣) = $\frac{١}{٣}$ = ٣٣ ٪ تقريبا

ح (عدد زوجي) = $\frac{١}{٢}$ = ٥٠٪

٥- اكتشف الخطأ : يريد كل من حمد و جمال تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائيا من كيس يحتوي على ٨ كرات زرقاء و ٦ حمراء و ٨ صفراء و٤ بيضاء فإيهما إجابته صحيحة مع التبرير ؟

حمد

ح (زرقاء أو حمراء)

= ح(زرقاء) + ح (حمراء)

= $\frac{٨}{٢٦} + \frac{٦}{٢٦}$

= $\frac{١٤}{٢٦}$ = ٥٤٪ تقريبًا

جمال

ح (زرقاء أو حمراء)

= ح (زرقاء) × ح (حمراء)

= $\frac{٨}{٢٦} \times \frac{٦}{٢٦}$

= $\frac{٤٨}{٦٧٦}$ = ٧٪ تقريبًا

الإجابة / حمد . يجب جمع الإحتمالين لأننا نريد احتمال كرة زرقاء أو حمراء و هما حادثتان متنافيتان